



IOANNIS KEPLERI,
Mathematici Cæsarei
hanc Imaginem,

ARGENTORATENSIS BIBLIOTHECÆ
Consecr.

MATTHIAS BERNEGGERVS
M.DC.XXVII.

KEPLER UND SEINE ZEIT

Kepler und seine Zeit

**Zum 350. Jahre nach dem Tode Johannes Keplers
(1571-1630)**

Hilmar Duerbeck und Waltraut Seitter

wesentlich erweitert von Eugen Willerding

1980/2025

Cover zeigt eine Kopie des Straßburger Keplerportraits von AUGUST
KÖHLER (1881-1964) aus dem Jahre 1910

Einführung

Ein Bild sagt mehr als tausend Worte - die alte Weisheit trifft in besonderem Maße für das Titelpupfer von Keplers *Rudolphinischen Tafeln* zu: In dieser Allegorie ist die Geschichte der Astronomie von den chaldäischen Anfängen bis ins 17. Jahrhundert abzulesen. Das Werk Keplers bringt die Zusammenfassung und Überhöhung aller früheren Arbeiten, so wie das Dach den Tempelbau abschließt.

Das Hauptkapitel der alten Astronomie, die Suche nach den Gesetzen der Planetenbewegung, ist in der Tat mit Kepler und seinen drei Planetengesetzen abgeschlossen. Aber so wie die Figuren auf dem Tempeldach, versehen mit Attributen, die Keplers wissenschaftliche Werke symbolisieren, in die Ferne weisen, so ist Keplers Werk gleichzeitig der Anfang einer neuen Astronomie, die mit Teleskopen und Logarithmen ausgestattet ist, die nicht nur fragt, wie die Bewegungen der Himmelskörper ablaufen, sondern welche physikalischen Kräfte die Ursachen der Bewegungen sind.

Vielbändige Werke über Kepler und zahllose Keplerfeiern zu immer neuen Anlässen rufen uns sein Bild immer wieder ins Gedächtnis. Trotzdem erscheint er oft überschattet von seinem großen Vorgänger COPERNICUS, seinem größeren Nachfolger NEWTON und seinen kraftvollen Zeitgenossen GALILEI. Ein bebildeter Gang anhand des Astronomischen Tempels durch die Astronomiegeschichte mag helfen, einige der Schatten zu vertreiben.

T A B U L Æ
RUDOLPHINÆ.

QUIBUS *Æ*ASTRONOMICÆ SCIENTIÆ, TEMPO-
rum longinquitate collapsa RESTAURATIO continetur;

A Phœnice illo Astronomorum
TYCHONE

Ex Illustri & Generosa BRAHEORUM in Regno DANIÆ
familiâ oriundo Equite,

PRIMUM ANIMO CONCEPTA ET DESTINATA ANNO
CHRISTI MDLXIV; EXINDE OBSERVATIONIBUS SIDERUM ACCURA-
TISSIMIS, POST ANNUM PRÆCIPUE MDLXXII, QUO SIDUS IN CASSIOPEIÆ
CONSTELLATIONE NOVUM EFFULSIT, SERIO AFFECTATAI VARIISQUE OPERIBUS, CUM ME-
chanicis, cum libraris, impensis patrimonio amplissimo, accedentibus etiam subsidio FRIDERICI II. DANICÆ
REGIS, regali magnificentia dignis, tracta per annos XXV, potissimum in Insula freti Sundici HORTEN-
NA, & arce URANIBURGO, in hos usus à fundamentis extractâ:

TANDEM TRADUCTA IN GERMANIAM, IN ÆPE AFLAM ET
Nomen RUDOLPHI IMP. anno MD IIC.

TABULAS IPSAS, JAM ET NUNCUPATAS, ET AFFECTAS, SED
MORTE AUTHORIS SUI ANNO MDCI DESERTAS,

JUSSU ET STIPENDIIS FRETUS TRIUM IMPPPP.
RUDOLPHI, MATTHIÆ, FERDINANDI,
ANNITENTIBUS HÆREDIBUS BRAHEANIS: EX FUNDAMENTIS
*Observationum reliatarum; ad exemplum serè partium iam exstructarum; continuis multorum annorum
speculationibus & computationibus, primum PRAGÆ Bohemorum continuavit; deinde LINCII,
superioris Austria Metropoli, subsidys etiam Ill. Provincialium adiuvit, perfectis, auferavit,
adj. canjarum & calculi perennis formulam traduxit*

IOANNES KEPLERUS.

TYCHONI primum à RUDOLPHO II. Imp. adjunctus calculi minister; indeq;
trium ordine Impppp. Mathematicus:

Qui idem de speciali mandato FERDINANDI II. IMP.
peccentibus instantibusq; Hæredibus,

Opus hoc ad usus præsentium & posteritatis, typis, numericis proprijs, ceteris
& prælo JONÆ SAURII, Reip. Ulmanæ Typographi, in publicum
extulit, & Typographicis operis ULMÆ curator affuit.



Cum Privilegijs IMP. & Regum Rerumq; publ. vivo TYCHONI ejusq; Hæredibus,
& speciali Imperatorio, ipsi KEPLERO concessis, ad anno XXX.

ANNO M D C XXVII.

Fig. 1: Das Titelblatt der Rudolphinischen Tafeln (Ulm 1627)

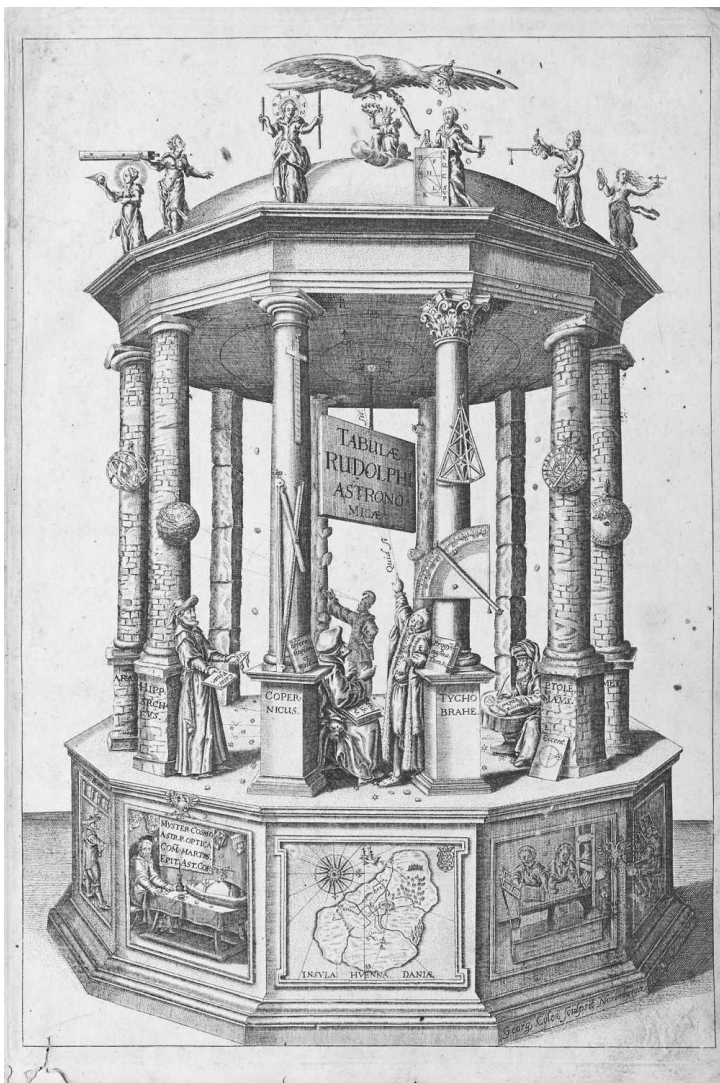


Fig. 2: Der Astronomische Tempel als zehneckiger Säulenbau (Dekagon): Buchdeckel der *Tabulae Rudolphinae* (Ulm 1627)

Tabulae Rudolphinae (1627)

Gegen Ende seines turbulenten Lebens veröffentlichte JOHANNES KEPLER im Jahre 1627 in Ulm sein letztes großes Werk, die *Tabulae Rudolphinae* (*Rudolphinische Tafeln*). Hier werden die Bewegungen der Planeten mit einer Genauigkeit berechnet, welche die alten Ephemeriden nach PTOLEMAIOS um den Faktor 30 übersteigen. Einen Merkurtransit vor der Sonne für den 7. November 1631 konnte KEPLER posthum durch seine Tafeln voraussagen.

Auf dem Frontispiz ist ein astronomischer Tempel abgebildet. Die drei Teile dieses Tempelbaus sind drei Aspekten der Astronomiegeschichte zugeordnet. Der Sockel berichtet von den Vorarbeiten und der Entstehung der Rudolphinischen Tafeln. Der Säulenbau ist der Geschichte der Astronomie von den Chaldäern bis Tycho gewidmet, dessen Planetensystem an der Unterseite des Tempeldaches dargestellt ist. Das Dach selbst trägt die Symbole der Arbeiten Keplers und der Urania, die Göttin der Astronomie. Über allem schwebt der Reichsadler, der goldene Dukaten speit - eine Wunschvorstellung Keplers: daß der Kaiser auch für die Arbeiten zahlen möge.

Der Säulenbau

Die Frühzeit mit Beiträgen der Babylonier bis zu Aratos

Die zehn Säulen des Tempels in Form eines Dekagon sind sichtbar. Im Hintergrund erinnern uns grob aus Holz gezimmerte Säulen an die ersten Jahrhunderte der Astronomie. Eine Gestalt in alter Tracht, die entlang ihres ausgestreckten Arms über die Kappen ihrer Finger zwei Sterne anvisiert, symbolisiert den ersten Astronomen mit seinen ersten Instrumenten: der menschlichen Hand und dem menschlichen Auge. Fortschritte auf dem Gebiet der Astronomie deuten die beiden nächsten Säulen an: rauh behauene Steinsäulen ersetzen die unbearbeiteten hölzernen Säulen. Mit

den einfachen, schon mit Sockel und Kapitell versehenen Säulen, die sich anschließen, sind schon Namen verbunden. Auf der rechten Seite wird des METON gedacht, der im 5. vorchristlichen Jahrhundert lebte und die erste genauere Bestimmung der Länge des Sonnenjahres machte. Berühmt wurde er durch die Einführung des metonischen Zyklus, den er bei genauer Kenntnis der Jahreslänge einführen konnte: die Zeiteinheit, die ein ganzzahliges Vielfaches sowohl des Sonnenjahres wie des Mondmonates ist. Mit der Genauigkeit, mit der diese Daten zur Zeit Metons bekannt waren, ließen sich im Zyklus 19 Jahre und 235 Monate vereinigen. Die kreisförmige Tafel mit einem 19-fach geteilten Ring an der Säule Metons symbolisiert den Zyklus. Dazu kommt im Inneren dieses Ringes das Bild von Krebs und Löwe, dazwischen die Sonne. Die Jahreslänge hatte METON durch das Beobachten der *Solstitien* bestimmt, an denen zur Zeit Metons die Sonne zwischen Krebs und Löwe stand.

Der antike griechische Autor ARATOS VON SOLOI (Ἄρατος ὁ Σολεῦς) (?310 - 245), dessen Namen die erste beschriftete Säule auf der linken Seite trägt, lebte in der ersten Hälfte des dritten vorchristlichen Jahrhunderts. Er war ein Dichter, kein Astronom. Berühmt wurde er durch sein astronomisches Gedicht, die **Phainomena** (Himmelserscheinungen), eine populäre Darstellung der Phainomena des Mathematikers und Astronomen EUDOXOS VON KNIDOS (Εὐδοξος), der seine Beschreibung des Himmels 100 Jahre früher verfasst hatte. Das Gedicht galt über Jahrhunderte als Lehrbuch des gebildeten Laien. EUDOXOS VON KNIDOS hat auch als erster eine Theorie der Planetenbewegung entworfen, die homozentrischen Sphären, und kann damit als direkter Vorgänger Keplers gelten. Mit dem Armillarsphären-ähnlichen Gebilde an dieser Säule ist wohl eine Art Planetarium dargestellt, dessen sieben Kreise die sieben alten Planeten im homozentrischen System darstellen. So ist mit dieser Säule gleichzeitig des EUDOXOS gedacht.

Die Giganten des klassischen Altertums: Hipparchos und Ptolemaios

Der Säule des ARATOS folgt die Säule des griechischen Astronomen HIPPARCHOS VON NICÄA (Ἱππαρχος) (?190 - ?120). Er ist der erste, der selbst im Bilde dargestellt wird, seine gefüllten Hände den anderen Gestalten auf der Vorderseite des Tempels entgegengerichtet. HIPPARCH, der im zweiten vorchristlichen Jahrhundert lebte, gilt als der größte unter

den antiken Astronomen. Die geometrische Lösung der Planetentheorie mit Kreisen und Epizykeln geht auf ihn zurück. Wichtiger noch sind seine Sternbeobachtungen. Aus dem Vergleich der von den Chaldäern überlieferten mit Messungen, die 160 Jahre früher gemacht worden waren, erkannte er die Bewegung des Frühlingspunktes: *die Präzession*. Um noch genauere Bestimmungen dieses Phänomens zu ermöglichen und eventuelle Bewegungen und Helligkeitsänderungen von Sternen in Zukunft ableiten zu können, stellte Hipparch einen Sternkatalog zusammen, in dem zum erstenmal neben genauen Sternpositionen auch Sternhelligkeiten verzeichnet sind, vermessen nach einer von ihm eingeführten und noch heute benutzten Skala. An dieses Werk erinnert der Fixsternkatalog, den er in der rechten Hand hält. Das versiegelte Testament in der linken Hand symbolisiert das große Erbe, das die späteren Astronomen mit dem Katalog des Hipparch angetreten haben. Dazu sagt der römische Gelehrte PLINIUS DER ÄLTERE (24 - 79 beim Vesuvausbruch) in seiner Naturgeschichte: *Hipparch hat den Himmel denen vererbt, die fähig sind, ihm nachzufolgen*. Der Himmelsglobus an der Säule des HIPPARCH stellt ein wichtiges Hilfsmittel des Astronomen dar.

Sein berühmtester Nachfolger im Altertum ist PTOLEMAIOS, der an der ersten vor der Säule der rechten Seite sitzt. Er schreibt, neben sich das schon vollendete Hauptwerk, die $\mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\eta\ \sigma\acute{\upsilon}\nu\tau\alpha\chi\iota\varsigma$, die große Syntaxis, bei der von megale (groß) über megista (des Größten) und den arabischen Artikel al der Name *Almagest* wurde, unter dem das Buch mit den Arabern nach Europa kam. Vor ihm liegt das berühmte *Ptolemaios-Problem*, das dem Kreis eingezeichnete Sehnenviereck, mit dessen Hilfe Sehnen und Diagonalen durch eine algebraische Relation einander zugeordnet werden, eine fundamentale Grundlage der Trigonometrie, die von PTOLEMAIOS benutzt und im 10. Kapitel seiner Syntaxis beschrieben wurde.

Bezeichnet man in der Ebene vier Punkte durch entsprechende vier komplexe Zahlen z_n , so gilt ganz allgemein

$$(z_1 - z_3)(z_2 - z_4) + (z_2 - z_1)(z_3 - z_4) + (z_3 - z_2)(z_1 - z_4) = 0.$$

Spezialisiert man hier auf $z_n = e^{i\theta_n}$, wo die θ_n gegen den Uhrzeigersinn im Einheitskreis gezählt werden, so kann die obige Identität in der Form

$$\begin{aligned} \sin \left[\frac{\theta_3 - \theta_1}{2} \right] \sin \left[\frac{\theta_4 - \theta_2}{2} \right] &= \sin \left[\frac{\theta_3 - \theta_2}{2} \right] \sin \left[\frac{\theta_4 - \theta_1}{2} \right] \\ &+ \sin \left[\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \right] \sin \left[\frac{\theta_4 - \theta_3}{2} \right] \end{aligned}$$

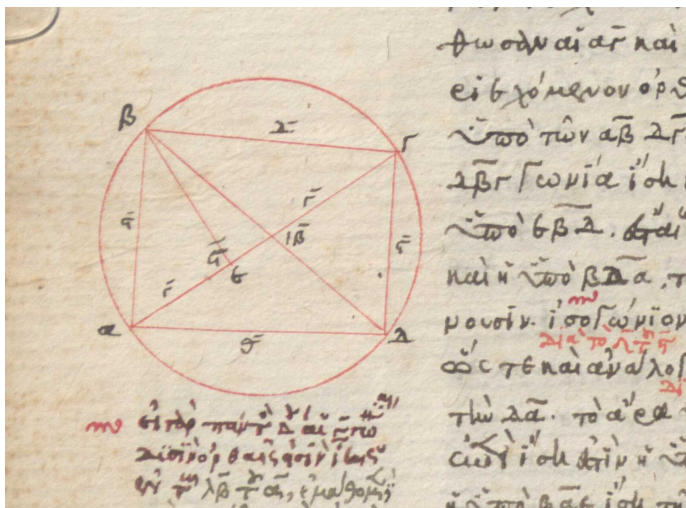


Fig. 3: Das Theorem von Ptolemaios im Almagest: Die Summe der Produkte gegenüberliegender Seiten in einem Sehnenviereck ist gleich dem Produkt ihrer Diagonalen. Der Satz des Pythagoras ist ein Spezialfall. Auch COPERNICUS und KEPLER benutzten diesen wichtigen geometrischen Satz für unterschiedliche Problemstellungen.

geschrieben werden. Genau dies ist in trigonometrischer Form der Satz des PTOLEMAIOS für ein Sehnenviereck, den KEPLER natürlich für sehr wichtig hielt. Als Spezialfall ist auch der Satz des PYTHAGORAS inbegriffen.

Das Astrolabium an der Säule erinnert an das erste Kapitel des fünften Buches der Syntaxis, in dem PTOLEMAIOS die Konstruktion einer Anzeigetafel beschreibt, mit der er vor allem die zweite Ungleichheit des Mondes, die *Evektion*, gemessen hatte. Theoretisch erklärt er die Ungleichheit in der Mondbewegung durch Exzenter und Epizykel. Die Tafel, die an der Säule hängt, stimmt zu einer großen selbständigen Leistung, die Mondtheorie.

Zwei Sternkarten sind der Übersetzung des PTOLEMAIOS aus dem Jahre 1551 beigegeben: die Darstellung des nördlichen und des südlichen Sternhimmels. Die Karten von JOHANN HONTER lehnen sich stark an DÜRER an, dessen holzgeschnittene Himmelskarten zu den frühesten

gehören, die wir kennen. Vor dem 16. Jahrhundert wurden fast ausschließlich einzelne Sternbilder dargestellt oder Globen verwendet. Erst die Möglichkeit, Projektionen zu entwerfen, erlaubte die Darstellung der Himmelhälften.



Fig. 4: Der Mittelbau des astronomischen Tempels mit den bedeutendsten Gelehrten des Altertums und des 16. Jahrhunderts

Die Giganten des 16. Jahrhunderts: Nicolaus Copernikus und Tycho Brahe

Europas große Beiträge zur Astronomie beginnen im 15. Jahrhundert. JOHANNES MÜLLER (1436-1476) aus Königsberg in Franken und sein Freund und Mäzen BERNHARD WALTHER (1430 - 1504) errichteten im Jahre 1472 in Nürnberg die erste Sternwarte. Den Beobachtungen, vor allem die des Merkur, werden wichtiges Ausgangsmaterial für die Arbeiten des COPERNICUS.

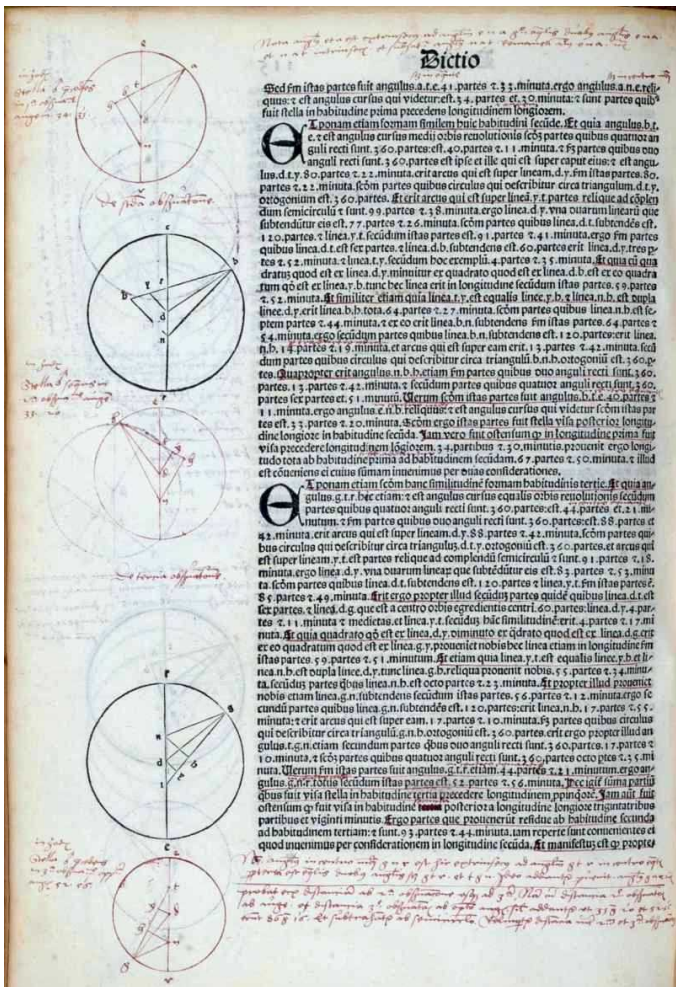


Fig. 5: KLAUDIUS PTOLÆMAIOS (?85 - ?165) Druck der lateinischen Übersetzung des *ALMAGEST* in Venedig 1515, des wichtigsten Astronomiebuches des Altertums. Bild zeigt die Seite 116 (Universität Wien)

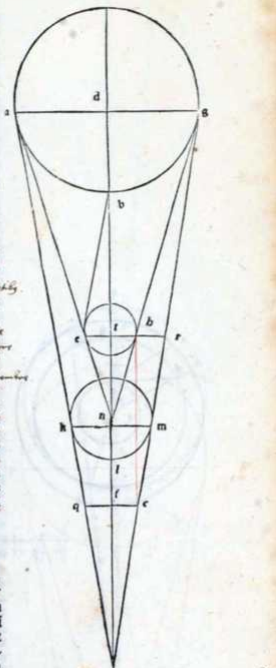
pars vna. **O**pponet igitur ut inueniamus proportionē lineę n.d. que est longitudinis solis ad lineam n.l. que est medietas diametri terre. **F**aciā igitur pertransire lineam c.b. vti qd r. **E**t quia iam declarauimus qd diameter lune in eis que narrauimus de longitudine eius magna in applicationibus subtenit arcus obis descripti super ipsas. **S**up centrū terre qui erit. 3. 1. minuta 2. 2. 0. secūda: fm quantitates qua erit circulus. 3. 60. partes: ergo erit angulus c.n.b. 3. 1. minuta 2. 2. 0. secūda: fm quantitatē qua erunt quatuor anguli recti. 3. 60. partes. **E**t quia medietas que est angulus. t.n.b. erit. 3. 1. minuta 2. 2. 0. secūda: fm quantitatē qua erunt duo anguli recti. 3. 60. partes. **Q**uapropter erit arcus qui est super lineā. t.b. 3. 1. minuta 2. 2. 0. secūda: fm quantitatē qua erit circulus continens triangulum n.b. t. orbogonius 3. 60. partes. **E**t arcus qui est super lineā. t.n. residuum cōplemeti semicirculi erit. 1. 7. 9. partes. 2. 2. 8. minuta 2. 4. 0. secūda. **E**t chordę eorum erunt: chorda quidē. t.b. 3. 2. minuta 2. 4. 8. secūda: fm quantitatē qua erit diameter n.b. 1. 2. 0. partes. 2. ppter hoc erit chorda n.t. fere 1. 1. 0. partes. **Q**um autē fuerit lineā. n.t. 64. partes 2. 1. 0. minuta: erit lineā. t.b. fm illā quantitatē. 2. 7. 9. partes. 2. 3. 3. secūda. 2. fm illam quantitatē erit lineā. n.m. que est medietas via metri terre pars vna. **S**ed quia ppositio lineę. f.c. ad lineā. t.b. est equalis ppositio duorū trium quantitatū fere ad vnum: erit lineā. f.c. fm illam quantitatē. 4. 5. minuta 2. 3. 8. secūda. ergo erunt quę lineę. t.b. f.c. pars vna 2. tria minuta 2. vnde secūda fm quantitatē qua erit lineā. n.m. pars vna. **S**ed ambe lineę. f.c. t. r. f. g. totū. fm illas quantitatē sunt quę partes quoniam ipse sunt equalēs duplo. n.m. **E**t quia oēs lineę quemadmodum picipiunt sunt equidistantes: 2. lineę. f.n. equatur lineę. n.t. f. n. manet ergo vt fit lineā. b. r. residua. 5. 6. minuta 2. 4. 9. secūda: fm quantitatē qua erit lineā. n.m. pars vna. 2. erit ppositio n.m. ad b. r. sicut ppositio n.g. ad g. b. que est sicut ppositio n.d. ad t. d. **F**m quantitatē ergo qua erit lineā. n.d. pars vna: erit lineā. t.d. 5. 6. minuta 2. 4. 9. secūda. 2. lineā. t. n. residua fm illam quantitatē erit tria minuta 2. vnde secūda ergo fm quantitatē qua erit lineā. n.t. 64. partes 2. 1. 0. minuta: 2. lineā. n.m. pars vna: erit lineā. n.d. que est longitudo solis. 1. 2. 1. 0. partes fere. **E**t sicut quia fm quantitatē qua erit lineā. n.m. pars vna: fuit declarātū qd lineā. f. c. 2. 4. 5. minuta. 2. 3. 8. secūda. 2. qd sicut ppositio lineę. n.m. ad lineā. f. c. similiter ppositio lineę. n.s. ad lineam. g. f. ergo fm quantitatē qua erit lineā. n.s. pars vna: erit lineā. f. g. 4. 5. minuta et 3. 8. secūda. 2. lineā. f.n. residua erit fm illam quantitatē. 1. 4. minuta 2. 2. 2. secūda. fm quantitatē ergo qua erit lineā. f.n. 64. partes 2. 1. 0. minuta: 2. lineā. n.m. medietas diametri terre pars vna: erit lineā. s. f. 2. 0. 3. partes 2. 5. 0. minuta fere. 2. tota lineā. s. n. est. 2. 6. 8. partes. **I**am ergo aggregatū est nobis: vt cum fuerit medietas diametri terre pars vna: erit fm illam quantitatē longitudo lune quidē mediā in applicationibus. 5. 9. partes. 2. longitudo solis 1. 2. 1. 0. partes. 2. longitudo extremitatis ymbre a centro terre. 2. 6. 8. partes. **E**t illud ē quod volumus demonstrare.

Capitulum secundū de sciētia magnitudinis corporū solis 2. lune 2. terre.



Per hoc leuior facta est nobis sciētia

magnitudinis corporū: per id quod sciūmus de pportionibus diametri solis 2. lune 2. terre. **I**am enim declarātū est nobis qd fm quantitatē qua erit lineā. n.m. que est medietas diametri terre pars vna: erit lineā. t.b. que est medietas diametri lune. 1. 7. minuta 2. 3. 3. secūda: 2. lineā. n.d. ad d. g. ergo fm illam quantitatē qua iam ostensum est qd lineā. n.d. est. 1. 2. 1. 0. partes erit d. g. que est medietas diametri solis quinquāplū medietatis diametri terre 2. medietatis eius fere. erunt ergo pportiones diametrorū existētes ille pportōes inuēte. **S**ecūm quantitatē igitur qua erit diameter lune pars vna: erit diameter terre tres partes 2. quę quinte fere. **E**t diameter solis decē 2. octo partes 2. quatuor quinte partis. **D**iameter ergo terre. erit in longitudine triplū diametri lune 2. quę quinte eius. **E**t erit diameter solis decuplū 2. octuplū diametri lune 2. quatuor quinte eius fere. **E**t quia cubus qui erit ex multiplicatione vnius in se: deinde in se: non erit nisi vnius. fm quantitatē vnius. 2. cubus qui erit ex multiplicatione triplū 2. octuplū non quintarū eius in se: postea in se: erit fm illam quantitatē trigintuplū nonuplū et quarta eius fere. 2. cubus qui erit ex multiplicatione decuplū 2. octuplū 2. quatuor quintarū eius in se: deinde in se: erit sexies mille 2. sexcentuplū 2. quadragintuplū 2. quadruplū 2. medietas eius fere. **I**am aggregatū est nobis: vt fm quantitatē qua erit magnitudo corporū lune pars vna: erit magnitudo corporū terre trigintuplū 2. nonuplū 2. quarta eius fere. 2. qd magnitudo corporū solis erit sexies mille 2. sexcentuplū 2. quadragintuplū 2. quādruplū: medietas eius. 2. est centuplū 2. septuagintuplū corporū terre fere.



24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
67	16	17	33																				
49		44																					
17	33																						
17	33																						

Fig. 6: Lateinische Übersetzung des ALMAGEST in Venedig 1515, Seite 56: Sonnenfinsternisse und der Mond (Universität Wien)

Um ihre Beiträge zu ehren, findet sich die Nische mit dem Titel *Observationes Tychonismaterni et Waltheri* an der Säule des Copernicus. Das von REGIOMONTAN viel benutzt wurde, der *Baculus Astronomicus* oder *Jacobsstab* ist an diesem Teil der Säule angebracht.

NIKOLAUS COPERNICUS (1473-1543) gehört zu den größten und revolutionärsten Denkern in der Astronomie. Ihm ist übrigens, von seinem Werk *De revolutionibus orbium coelestium libri VI* - *Die sechs Bücher über die Umläufe der himmlischen Rahmen* ausgehend, nach einigen Wandlungen das heute gebräuchliche Wort *Revolution* zu verdanken. Für COPERNICUS wählte der Künstler eine schön verputzte, mit einem schlichten, ionischen Kapitell verzierte Säule. Das zweite Instrument, das an dieser Säule befestigt ist, ist das Triquetrum des COPERNICUS. Er hatte dieses Instrument aus Holz gebaut und benützte es für seine Beobachtungen.

Die Figur des COPERNICUS ist sitzend und mit dem vor ihm stehenden TYCHO (1546-1601) diskutierend dargestellt. Er hält das fünfte Buch seines Werkes, in dem er die Bewegungen der fünf Planeten beschreibt, in der Hand. Die Planetenbewegungen sind der Gegenstand der Debatte zwischen den beiden Astronomen, die sich in Leben nie begegnet sind, da TYCHO erst drei Jahre nach dem Tode des COPERNICUS geboren wurde.

TYCHO BRAHE wird mit der schönsten Säule geehrt, die ein reiches korinthisches Kapitell besitzt, ein Tribut des dankbaren KEPLER an den großen Astronomen TYCHO und ein Gleichklang mit den prächtigen Gewändern und dem stolz getragenen hohen Elefanten - Orden¹, der Beobachtungskleidung des TYCHO.

TYCHOS Frage an COPERNICUS betrifft seine eigene Planetentheorie, die an der Decke des Astronomischen Tempels dargestellt ist. Hier ist die Erde das Zentrum der Bewegungen von Sonne und Mond, während die fünf Planeten um die Sonne kreisen.

Quid si sic?, *Wie, wenn es so wäre?*. TYCHO konnte sich nicht zur vollen Annahme der kopernikanischen Lehre entschließen. Seine genauen Beobachtungen, glaubt er, hätten die parallaktischen Verschiebungen der Sterne bei einer bewegten Erde zeigen müssen. Er wusste nicht, dass er die Entfernungen der Sterne weit unterschätzte und dass die tatsächlich vorhandene Parallaxe so klein ist, dass sie erst 300 Jahre nach dem Tode des Copernicus gemessen werden konnte. Seine eigenen Messungen, die besten ihrer Zeit, mit den besten Instrumenten der Zeit gemacht, waren

¹Der Elefanten - Orden ist der höchste und älteste dänische Ritterorden



Fig. 7: NIKOLAUS COPERNICUS (1473-1543). *De revolutionibus orbium coelestium libri VI* Nürnberg 1543 - Basel 1566 - Amsterdam 1617. Die drei vorliegenden Ausgaben sind die drei ersten des Hauptwerkes von Copernicus. Es enthält Beweise für die Kugelgestalt der Erde und ihre dreifache Bewegung (Rotation, Bewegung um die Sonne, konische Bewegung der Erdachse (Präzession)), Theorien der Mond-, Sonnen- und Planetenbewegung und Tafeln. *De revolutionibus libri VI* Faksimileausgabe des in der Universitätsbibliothek Krakau aufbewahrten Originalmanuskripts.

dazu nicht fähig. Die Darstellung seiner hervorragend ausgestatteten Sternwarte findet sich in seinem Buch *Astronomiae instauratae mechanica*. Resultate seiner Beobachtungen sind als *Astronomiae instauratae progymnasmata* 1602 posthum von KEPLER herausgegeben worden . Das Buch lehnt an Tychos Säule. Zwei der Instrumente, ein Quadrant und ein Sextant, sind an der Säule befestigt. Weitere Hinweise auf die Sternwarte Tychos finden sich in Sockel des astronomischen Tempels.

Der Sockel des astronomischen Tempels

Tycho Brahes Werke

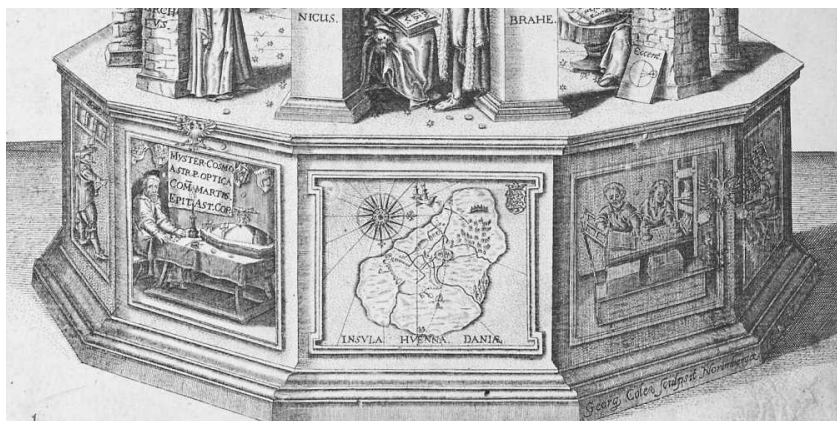


Fig. 8: Der Sockel des astronomischen Tempels

Das linke äußere Feld des Sockels ist noch einmal TYCHO BRAHE gewidmet. Die Bücher Brahes sind aufgereiht, der darüber angebrachte Schriftzug läßt sie als die seinen erkennen. Sein Sohn, wie es im Gedichte Hebenstreits zum Tempel heißt, weist auf das Erbe seines Vaters und zugleich auf KEPLER, der dieses Erbe antreten soll.

Im Mittelfeld ist die Insel Hven dargestellt, auf der Tychos Observatorium stand, dessen Meridian die Bezugslinie für seine Messungen darstellte. Zu erkennen sind Uraniborg , Hauptschloß und Sternwarte der Insel, Häuser des Dorfes, Fischteiche und ein Wäldchen. Kaum zu erkennen ist

das südlich gelegene Stjerneborg, das, in die Erde eingegraben, ebenfalls als Observatorium diente.

Der Buchdruck

Die beiden äußeren rechten Tafeln geben einen Blick in die Setz- und Druckerwerkstatt. Ganz rechts sitzt der Setzer vor seinen Buchstabenkasten, daneben sind zwei Drucker am Werk, mit Farbstempel, Druckerpresse, einem Stapel onbedrucktem und einem Stapel schon bedruckten Papier. Dazu steht im Regal der Krug für den Duckerdurst. Die Wappen und der Adler zeigen an, daß die Werkstatt in Ulm steht.

Im Feld links der Mitte sitzt in seiner Arbeitsstube beim Schein einer Kerze KEPLER. Über ihm ist an Wappen und Buchtiteln der Weg bis zu den Rudolphinischen Tafeln abzulesen. Vor ihm auf dem Arbeitstisch steht das Tintenfass mit der Feder, liegt das Dach des Astronomischen Tempels, den er fertigzustellen bemüht war.

Verzeichnet ist sein Frühwerk *Mysterium Cosmographicum*, das Weltgeheimnis, verfasst während seiner Grazer Zeit, im Jahre 1596. Dem zugeordnet ist das Grazer Wappen in der äußersten Linken. Diese Arbeit wurde bestimmend für seinen weiteren Lebensweg, denn durch sie wurde TYCHE BRAHE auf den jungen KEPLER aufmerksam und berief ihn als seinen Gehilfen nach Prag.

Keplers *Astronomiae Pars Optica* und seine *Astronomia Nova* erschienen in Prag in den Jahren 1604 und 1609. Die *Astronomia Nova* enthält die vorwiegend aus Tychos Marsbeobachtungen abgeleiteten beiden ersten Keplerschen Gesetze: den 1602 gefundenen Flächensatz: der Fahrstrahl zwischen Planet und Sonne überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen und den, nachmals als erstes Gesetz bezeichneten, 1604 abgeleiteten Satz, daß alle Planetenbahnen Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Dieses Gesetz ist der Bruch mit der bis Copernicus und Brahe vertretenen Meinung, daß die Planetenbewegung durch Überlagerung von Kreisbewegungen zu erklären ist. Das Wappen Prags steht neben dem Wappen von Graz. Keplers *Epitome Astronomiae Copernicanae* wurde 1618 in Linz veröffentlicht, dessen Stadtwappen in der oberen rechten Ecke erscheint, neben dem Wappen von Oberösterreich.

Die wichtigsten der anderen Städte, die Kepler auf seinem Lebensweg berührte, sind Weil der Stadt, sein Geburtsort, Leonberg, wo er die Schule besuchte, und wo er später zum Hexenprozeß seiner Mutter zurückkehren

musste, Tübingen, wo er Theologie studierte und zugleich bei MÄSTLIN die Astronomie erlernte, Sagan, bei dessen Herzog WALLENSTEIN er in Diessten stand, und schließlich Regensburg, wo er beim Reichstag auf seine Bezahlung wartend starb.

Das Säulendach

Zwölf Nymphen oder Musen am Dachrand symbolisieren die wissenschaftlichen Arbeiten Keplers. Der Poet und Gymnasialdirektor JOHANN BAPTIST HEBENSTREIT (?1580-1638) nennt sie bei Namen in seinem Gedicht *Idyllion*, das den Astronomischen Tempel beschreibt and die Rudolphinischen Tafeln einleitet²:



Fig. 9: Das Dach des Astronomischen Tempels in Form eines Dekagon mit sechs sichtbaren Musen (Nymphen) (Ulm 1627)

1. **Magnetica**, die Lehre vom Magnetismus , in dessen Kraft Kepler die Ursache für eine Anziehung zwischen Sonne und Planeten suchte.
2. **Stathmica**, die Messkunst, der Kepler mit seinen neuen Methoden zur Eichung Hohlräumen diene, besonders zu erwähnen ist dabei sein Ulmer Becher, ein Gefäß zur Eichung von Flüssigkeits- und Getreidemäßen

²Der Beschreibung liegt eine unveröffentlichte Übersetzung des *Idyllion* von dem mittellateinischen Philologen PAUL KLOPSCH (1920-2012) zugrunde

3. **Doctrina Triangulorum**, die Dreieckslehre mit Winkelmaß und Zirkel.
4. **Logarithmica**, die Muse der Logarithmen, die zur Zeit Keplers eingeführt wurden, and die er selber berechnet und als Tafel veröffentlicht hat
5. **Optica**, die optische Lehre, die zur Konstruktion eines Teleskops führt. In seiner *Astronomia Pars Optica* entwickelt Kepler, ausgehend von der Optik der Alten, besonders des WITELLO, die geometrische Optik (noch nicht mit dem richtigen Brechungsgesetz), die schließlich zur Konstruktion des Keplerschen oder astronomischen Fernrohre führt, das zwar bildumkehrend, jedoch besser abbildet als das holländische oder Galileische Fernrohr, mit den die ersten astronomischen Beobachtungen gemacht worden waren
6. **Physica Lucidi et Pellucidi, Lucis & Umbram**, die Lichttheorie, die Lehre von der atmosphärischen Brechung, von Licht und Schatten.

Den sechs sichtbaren Nymphen entsprechen sechs unsichtbare auf der rückwärtigen Seite des Tempeldachs:

7. **Geographia, Hydrographie**, die Land- und Wasserkunde betreffend. Eines der Ergebnisse Keplerscher Arbeit auf diesem Gebiet ist die große Weltkarte von 1630, die den Rudolphinischen Tafeln beigegeben ist.
8. **Computus**, die Rechenkunde, hier, die Kunst, den Kalender mit seinen religiösen Festen zu berechnen.
9. **Chronologia**, die Schwester der achten Nymphe, die ganze Epochen berechnet, die Zeit der Geburt Jesu bestimmt.
10. **Mensoria Altitudinum**, die Kunst, Sternpositionen zu vermessen oder schnell wandernden Kometen auf der Spur zu bleiben.
11. **Geometria figurata et harmonia**, die Göttin, die über den Libri V Harmonices Mundi wachte, in denen die regelmäßigen Körper, die musikalischen Harmonien und schließlich die Weltharmonik entwickelt werden. In diesem Buch findet sich als wichtigster Teil das

dritte der Keplerschen Planetengesetze, das harmonische Gesetz, das das Verhältnis der Kuben der Sonnenentfernungen zweier Planeten den Verhältnis der Quadrate ihrer Umlaufzeiten gleichsetzt.

12. **Archetypia** schließlich sucht nach den Ursachen der Phänomene, den Grundlagen der Natur.

Kepler und seine Werke

KEPLERS Arbeiten geben seinen Zeitgenossen und Nachfolgern Anregung und neues Ausgangsmaterial. Keplers optische Untersuchungen (das Brechungsgesetz nach SNELLIUS hat er noch nicht gekannt) laufen denen von SCHEINER parallel, der den Bau von Fernrohren für die Sonnenfleckenbeobachtung beschreibt und die Ergebnisse seiner Beobachtung mitteilt. KEPLER beschäftigt sich auch mit der Geometrie des Regenbogens. Nach seinem Tod erscheint von R. DESCARTES (1596-1650) mit der Überschrift DE L'ARC-EN-CIEL im Anhang Les Météores seiner philosophischen Schrift *Discours de la méthode* die endgültige geometrische Optik des Regenbogens. In der Folge erscheinen die beiden großen Bücher der Optik, HUYGENS *Traité de la lumière* und NEWTONS *Opticks*.

KEPLERS Harmonielehre findet - weniger mathematisch - bei P. M. MERSENNE (1588-1648) eine Entsprechung. KEPLERS Planetengesetze sind dem Weltbild GALILEIS voraus, dieser aber hat das Verdienst, die kopernikanische Lehre zu verbreiten (Nr. 19) und die physikalischen Gesetze abzuleiten, die Newton neben den Keplerschen Planetengesetzen braucht, um seine Mechanik und Himmelsmechanik zu entwickeln. Newtons Ergebnisse wiederum wurden durch die frühe französische Übersetzung und Popularisierung ins Frankreich des 18. Jahrhunderts getragen, in dem die großen Mathematiker dieses Landes wesentlich zum weiteren Fortschritt der Himmelsmechanik beitrugen. Das Titelkupfer in den *Eléments de la philosophie de Newton* ist ein allegorisches Bild der Wissensvermittlung von Newton über MADAME DU CHÂTELET an VOLTAIRE.

Die Planetentafeln selbst, die *Rudolphinischen Tafeln*, stehen in einer langen Reihe von Tafelwerken, die, von verschiedenen Systemen ausgehend, versuchen, die Positionen der Planeten vorauszubestimmen. Die ältesten europäischen Tafeln sind die *Alfonsinischen*, die auf der ptolemäischen Planetentheorie basieren, gefolgt von den *prutenischen*, die die kopernikanische Lehre zum Ausgangspunkt nehmen. Cunitias, Cassinis, de la Hires und Halleys Tafeln sind Modifikationen der Keplerschen Tafeln

und nehmen seine Planetengesetze als Grundlage.

Mysterium Cosmographicum (1596)

Im Jahre 1596 veröffentlichte Kepler eine Theorie über die Struktur des Planetensystems in seinem Buch *Mysterium Cosmographicum* (*Das Weltgeheimnis*). Es geht um die Frage, durch welches geistiges Prinzip die relativen Abstände und die genaue Anzahl der Planeten um die Sonne bestimmt sind. Der Physiker WOLFGANG PAULI (1900–1958) schrieb in seinem Essay mit dem Titel *Der Einfluß archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler* (Autoreferat) : ...*Der Vorgang des Verstehens der Natur sowie auch die Beglückung, die der Mensch beim Verstehen, d.h. beim Bewusstwerden einer neuen Erkenntnis empfindet, scheint demnach auf einem zur Deckung Kommen von präexistenten inneren Bildern der menschlichen Psyche mit äusseren Objekten und ihrem Verhalten zu beruhen. Diese Auffassung der Naturerkenntnis geht bekanntlich auf Plato zurück und wird auch von Kepler in sehr klarer Weise vertreten. Dieser spricht in der Tat von Ideen, die im Geist Gottes präexistent sind und die der Seele als dem Ebenbild Gottes mit-ein-erschaffen wurden. Diese Urbilder, welche die Seele mit Hilfe eines angeborenen Instinktes wahrnehmen könne, nennt Kepler archetypisch...*

Der junge KEPLER versuchte zu beweisen, dass die Abstände und Umlaufbahnen der Planeten von der Sonne durch Kugeln innerhalb von Polyedern definiert sind. Wenn man diese Körper, die jeweils von einer Kugel umschlossen sind, ineinander schachtelt, ergeben sich sechs Schichten, die den sechs bekannten Planeten des kopernikanischen Weltbilds entsprechen – *Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn*. Durch die richtige Anordnung der Körper – *Oktaeder, Ikosaeder, Dodekaeder, Tetraeder und Würfel* – glaubte KEPLER daran, dass die Kugeln den relativen Größen der Umlaufbahnen der einzelnen Planeten um die Sonne entsprechen.

Mit der Entdeckung von Uranus 1781 und Neptun 1846 war diese Idee zu einer Illusion (psychischen Projektion) geworden. Doch die darunter liegenden *Platonischen Ideen* bleiben aber auch heute weiterhin bestehen - doch sie liegen wohl tiefer - vielleicht in der sich kurzfristig ausbildenden mehrarmigen *Spiralstruktur* protoplanetarer Scheiben.

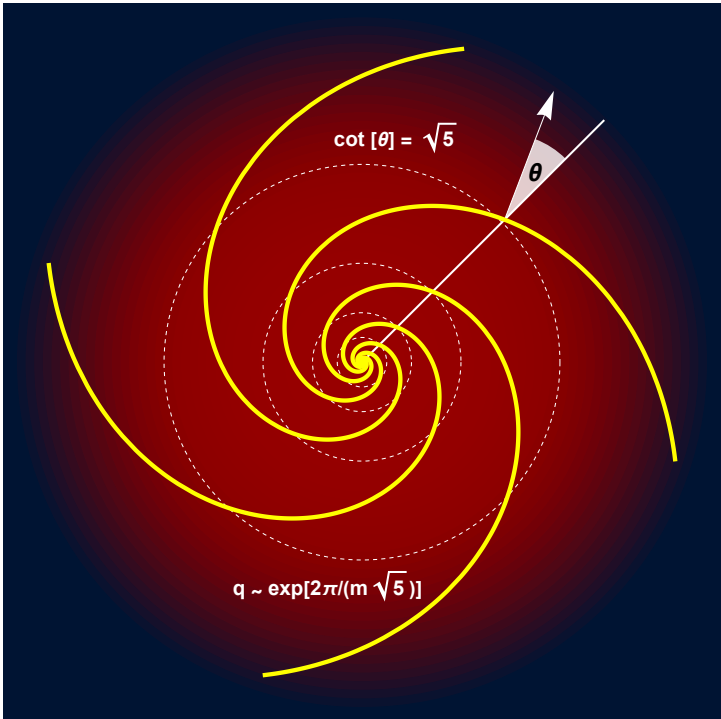


Fig. 11: Durch eine hydrodynamische selbstgravitative Scherinstabilität bilden sich in protoplanetaren Scheiben für kurze Zeit spiralförmige Dichtewellen (Stoßwellen) aus, in denen intensive Anlagerungsprozesse von Staubeilchen zu größeren Körpern stattfinden. Der Neigungswinkel dieser Stoßfronten maximaler Anwachsrate zur radialen Richtung beträgt in Keplerscheiben $\cot[\theta] = \sqrt{5}$, was etwa 24° entspricht. Die Anzahl der Spiralarms hängt vom Verhältnis der Umlaufgeschwindigkeit der Teilchen zur Schallgeschwindigkeit in der Scheibe ab. Die radiale Strukturierung der logarithmischen Spiralen folgt einer geometrischen Reihe mit dem Faktor $\exp[2\pi/(m\sqrt{5})]$. Für $m = 4$ Spiralarms (Anzahl der Riesenplaneten?) folgt genähert 2, also die magische Zahl der Titius-Bodeschen Regel. Man muss hier natürlich zwischen entstehungsbedingter - und entwicklungsbedingter Struktur (Resonanzen) unterscheiden. Dies wären in moderner Form die Platonischen Ideen zur Geometrie von Planetensystemen - nach KEPLER das eigentliche **Geheimnis des Weltenbaues**. Bei bestimmten Pflanzen, Schneckenhäusern, Muschelschalen, bei Wirbelstürmen und natürlich auch bei Galaxien treten in vielfältiger Form analoge selbstähnliche Spiralstrukturen (Urbilder der Schönheit) auf.



Fig. 12: Oben ein Infrarotbild des WISE-Satelliten zeigt in der linken oberen Ecke den Überrest der Supernova SN 1572, die Tycho Brahe beobachtete. Aus der zeitlichen Farbfolge beim Ausbruch 1572 glaubte Kepler, eine Analogie zu den unterschiedlichen Farben des Regenbogens ziehen zu können. Im unteren Bild die Überreste der Supernova von im Sterbild Ophiuchus als X-ray, Optical & Infrared Composite, die Kepler 1604 beobachtete und in seiner Schrift *De Stella nova in pede serpentarii, et qui sub ejus exortum de novo iniit, Trigono igneo* beschrieb.

Stella Nova (1606)

KEPLER beobachtete die Supernova 1604 und veröffentlichte seine Beobachtungen im Jahr 1606 in dem Buch *De Stella nova in pede serpentarii, et qui sub ejus exortum de novo iniit, Trigono igneo* („Vom neuen Stern im Fuße des Schlangenträgers“). Das Auftauchen eines „neuen“ Sterns stand im Widerspruch zu der vorherrschenden Ansicht, das Fixsterngewölbe sei auf ewig unveränderlich, und löste, wie zuvor schon die von TYCHO BRAHE beobachtete Supernova 1572, heftige Diskussionen in den damaligen Gelehrtenkreisen aus. Noch ungewöhnlicher war seine Bemerkungen zu der Größe des Sternengewölbes. So schreibt er im Kapitel 22 seines Buches:

...Aus diesem Grunde also: Je mehr Fixsterne es gibt, desto weniger kann jeder einzelne für uns leuchten, weil sie auf die Enge der Oberfläche einer Sphäre zusammengedrängt werden, gleichsam eine Art runder Schale. Daher, wenn die Fixsterne unendlich sind, an Zahl und Menge, in kontinuierlicher und zusammenhängender Ordnung ins Unendliche ausgedehnt, dann muss notwendigerweise die Himmelsfläche selbst, wo sie an diese Sphäre angrenzt, ebenso hell leuchten wie die Sonne, oder vielmehr, dann muss die ganze Fläche die Sonne selbst sein, und sie würden kein schwarzes oder leeres Zwischenstück übrig lassen...

Da der Nachthimmel aber dunkel ist und die einzelnen Sterne nur als Lichtpunkte vor einem schwarzen Hintergrund erscheinen, muss die Anzahl der Sterne endlich und das Universum eine begrenzte, kugelförmige Struktur aufweisen. So folgert zumindest KEPLER im Jahre 1606.

Damit steht er im Gegensatz zu GIORDANO BRUNO NOLANO (1548-1600), der in seiner in London 1584 veröffentlichten Schrift *De l'infinito, universo et mondi* sich ein unendlich großes Universum mit zahllosen Sternen und bewohnten Planeten vorstellte. Das obige später benannte *Olbersche Paradoxon* verdrängte BRUNO im Gegensatz zu KEPLER in anderer Form: Das Licht wird irgendwie abgeschwächt und die Sterne sind nicht gleichmäßig, sondern durch immer größer werdende riesige Leerräume im Kosmos verteilt.

Astronomia Nova (1609)

Nach zehn Jahren intensiver trigonometrischer Arbeit an der Erdbahn und der Marsbahn im Bezug auf die Sonne fand KEPLER die ersten beiden der drei später nach ihm benannten *Planetengesetze*:

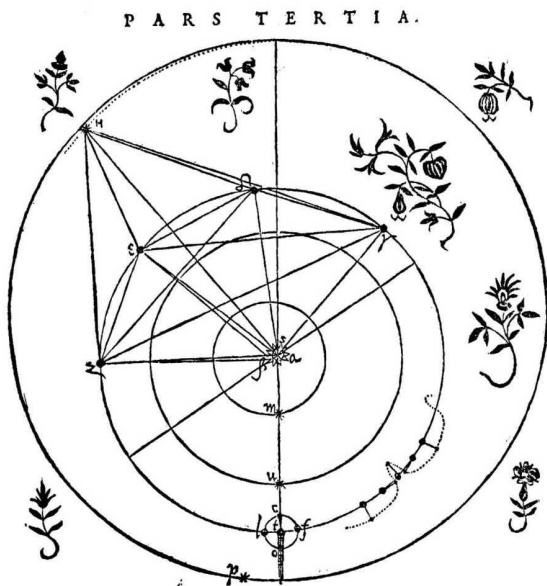


Fig. 13: Das innere Sonnensystem und die Vermessung der Erdbahn mit Hilfe der äußeren Marsbahn in der *Astronomia Nova*. Nach einem Marsjahr steht dieser Planet immer wieder an der selben Position im Raum. Auf diese Weise kann man mit Trigonometrie die Erdbahn vermessen. Umgekehrt konnte Kepler so auch die stark exzentrische Bahn vom Mars bestimmen.

Die Planetenbahn ist eine im Raum feststehende Ellipse mit der Sonne in einem Brennpunkt, und die Geschwindigkeit des Planeten variiert entlang seiner Bahn so, dass ein von der Sonne zu einem Planeten gezogene Fahrstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht.

Aus heutiger Sicht musste KEPLER mit der Polardarstellung einer Ellipse

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_P} \cos \left[\frac{v - \omega}{2} \right]^2 + \frac{1}{r_A} \sin \left[\frac{v - \omega}{2} \right]^2$$

die beobachteten (berechneten) Radien (inversen Radien) mit den berechneten Winkeln zur Deckung bringen. v bedeutet hier die wahre Anomalie und ω die Länge des Perihels. Man braucht mindestens drei Bahndaten (Radien mit Zwischenwinkeln), um die Periheldistanz r_P , die Apheldistanz r_A und den Orientierungswinkel ω der Ellipse in der Ekliptikebene zu bestimmen. Seinen Flächensatz und seinen Ellipsensatz veröffentlichte er im 1609 erschienenen Werk *Astronomia Nova* (Neue Astronomie) bei GOTTHARD VÖGELIN in Heidelberg. Der erste dokumentierte Leser des Buches war Keplers Briefpartner NICOLAUS VON VICKEN (1571-1625).

In der *Astronomia nova* taucht auch im Kapitel 60 (von 70) die berühmte Keplersche Gleichung

$$E - \varepsilon \sin E = M$$

auf, in welcher der Winkel $M = 2\pi t/T$ die gleichförmig mit der Zeit t ansteigende mittlere Anomalie, T die Umlaufzeit und der Winkel E die exzentrische Anomalie der Ellipse bezeichnet. ε bedeutet die Exzentrizität der Ellipse. KEPLER gesteht gegen Ende des Kapitels, er kenne kein Verfahren, um diese, für seine Theorie der Bewegung der Planeten überaus wichtige Gleichung nach $E \rightarrow E[M]$ aufzulösen, und fügt hinzu:

Ist jedoch die mittlere Anomalie gegeben, so gibt es keine geometrische Methode, um zur ausgeglichenen Anomalie oder zur exzentrischen Anomalie zu gelangen. Denn die mittlere Anomalie ist aus zwei Flächenstücken zusammengesetzt, einem Sektor und einem Dreieck. Während der erstere durch den Exzenterbogen gemessen wird, erhält man das letztere, wenn man den Sinus dieses Bogens mit dem Inhalt des grössten Dreiecks multipliziert und die letzten Stellen abschneidet. Allein der Verhältnisse zwischen Bogen und zugehörigem Sinus gibt es unendlich viele. Ist also die Summe beider gegeben, so kann man nicht sagen, wie groß der Bogen und wie groß der Sinus ist, der dieser Summe entspricht, wenn wir nicht vorher ermitteln, wie gross die Fläche ist, die zu einem gegebenen

Bogen gehört, d.h. wenn wir nicht Tafeln aufstellen und mit ihnen *a posteriori* operieren.

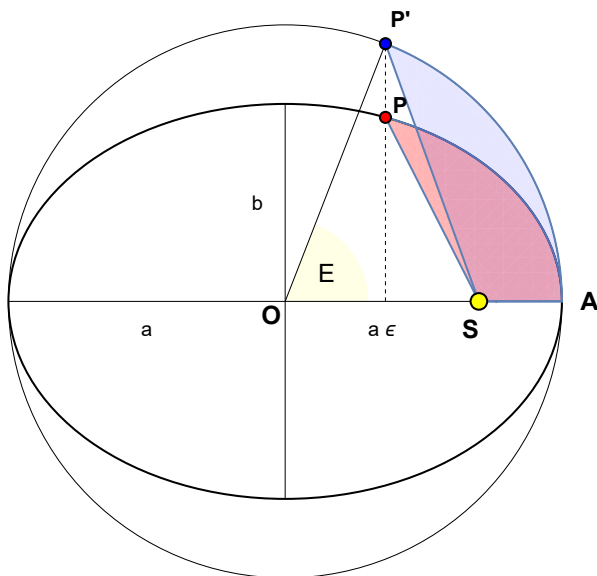


Fig. 14: Das Problem von Kepler, mit Hilfe des Flächensatzes und einer affinen Abbildung der Ellipse auf einen Kreis die ungleichmäßige Bewegung eines Planeten um die Sonne zu berechnen. Die Position P des Planeten ist durch $x = a \cos[E]$ und $y = b \sin[E]$ gegeben. Die Flächen des blauen Kreissegmentes und des roten Ellipsensegments sind dann identisch, wenn das Letztere mit dem affinen Vergrößerungsfaktor a/b multipliziert wird.

Und weiter sagt KEPLER:

Dies ist meine eigene Ansicht. Je weniger geometrische Schönheit dem Problem zuzukommen scheint, desto dringender fordere ich die Mathematiker auf, sie sollen mir folgendes Problem lösen: Wenn der Flächeninhalt von einem Teil eines Halbkreises, sowie ein Punkt auf dem Durchmesser gegeben ist, einen Bogen und einen Winkel an diesem Punkt so zu bestimmen, dass die Schenkel des Winkels und der Bogen die gegebene Fläche umschliessen. Oder: Die Fläche eines Halb-

kreises von einem beliebig gegebenen Punkt des Durchmessers aus in gegebenem Verhältnis zu teilen. Mir genügt die Überzeugung, dass eine Lösung apriori nicht möglich ist wegen der heterogenen Beschaffenheit von Bogen und Sinus. Wer immer mir aber einen Irrtum und einen Ausweg nachweist, der sei mir ein grosser Mathematiker gleich Apollonius.

Für KEPLER bestand nach Fig. (14) das Problem, die rote Fläche des Ellipsensegmentes zu berechnen. **S** bedeutet hier die Sonne, **P** eine beliebige Position des Planeten in der Ellipsenbahn mit den Halbachsen a, b . Der Punkt **P'** ist die affine Transformation des Punktes **P** auf einen Kreis mit Radius a . Da die Gesamtfläche des Kreises πa^2 ist, folgt einerseits für das blaue Kreissegment als Differenz aus Kreissektor und Dreieck (E wird in Bogenmaß gerechnet) das Flächenmaß

$$A_{\text{blau}} = \pi a^2 \frac{E}{2\pi} - \frac{1}{2} a^2 \varepsilon \sin E = \frac{a^2}{2} (E - \varepsilon \sin E).$$

Andererseits gilt nach dem Flächensatz für die rote Fläche.

$$A_{\text{rot}} = \pi a b \frac{t}{T}$$

Hier bedeutet T die Umlaufzeit des Planeten und t die Zeitspanne nach dem Durchgang durch das Perihel (Punkt A). Da aber nach dem Affinitätssatz $A_{\text{blau}} = a/b A_{\text{rot}}$ sein muss, erhalten wir durch Gleichsetzen die *Keplergleichung*

$$E - \varepsilon \sin E = 2\pi \frac{t}{T} \equiv M$$

Schon damals ahnte man, dass diese Gleichung *transzendent* und nur durch ein iteratives indirektes Verfahren nach E auflösbar ist. Natürlich ist auch eine analytische Reihenentwicklung $E \rightarrow E[M]$ oder eine Fourierentwicklung rein theoretisch möglich. Die letztere hat F.W. BESSEL 1818 durchgeführt³ Die exzentrische Anomalie E und der reziproke Radius der Planetenbahn kann so als Funktion der mittleren Anomalie M

$$E = M + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{J}_n[n\varepsilon] \frac{\sin[nM]}{n},$$

³BESSEL: *Analytische Auflösung der Kepler'schen Aufgabe*. Brief an B. A. VON LINDENAU vom Juni 1818: Zeitschrift für Astronomie **V**, p. 367-375 (1818)

$$\frac{a}{r} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{J}_n[n\varepsilon] \cos[nM]$$

geschrieben werden. $\mathbf{J}_n[z]$ bezeichnen Besselfunktionen erster Art vom Grad n als Funktion von z .

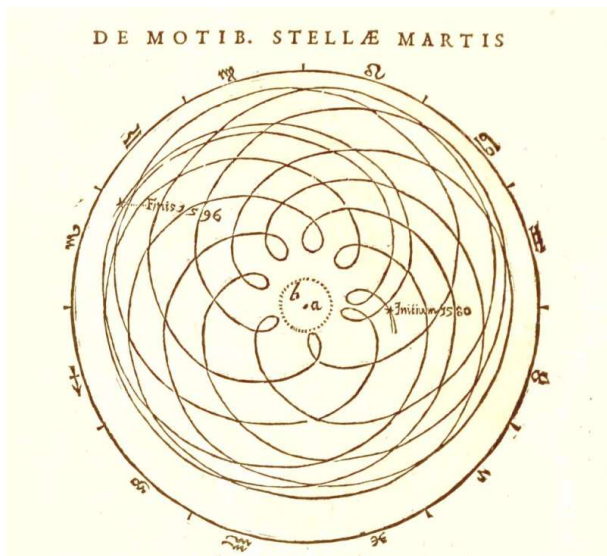


Fig. 15: Die Relativbewegung des Planeten Mars zur Erde für das Zeitfenster 1580 bis 1596. Die Schleifen am Himmel und die Entfernungsänderungen erfahren hier eine natürliche und korrekte Erklärung.

Auch die Koordinaten x, y können in eine zeitliche Fourierreihe entwickelt werden. Bis zur ersten Ordnung in ε lautet die Entwicklung für eine orientierte Ellipse längs der komplexen Koordinatenachsen ($i^2 = -1$)

$$x + iy = -\frac{3}{2} a \varepsilon + a e^{iM} + \frac{1}{2} a \varepsilon e^{2iM} + O[\varepsilon]^2$$

Der erste Term beschreibt eine Verschiebung (den Exzenter), der zweite Term den ersten Epizykel (Kreisbahn), der dritte Term die erste aufgesetzte Epizykel e^{2iM} mit doppelter Frequenz und gleichem Drehsinn. Hier taucht - mit strenger Vorgabe der Amplituden - bei der Fourieranalyse der Keplerbahn wieder die alte Theorie von PTOLEMAIOS auf.

Die Verschiebung des Exzenter reicht fast bis zum antifokalen Punkt der Ellipse, die von einem Brennpunkt den Abstand $2a\varepsilon$ hat. In den obigen Formeln liegt somit eine 2000 jährige Kulturgeschichte.

Dioptrice (1611)

Eine wichtige Arbeit Keplers war seine *Dioptrice*. Mit diesem 1611 erschienenen Werk zur Dioptrik des Auges legte Kepler die Grundlagen für die Optik als Wissenschaft. *Nicht vom Auge gehe ein Kegel aus, dessen Basis den Betrachtungsgegenstand umfasst, sondern von jedem Punkt des Objektes gehen Strahlen in alle Richtungen - einige davon erreichen durch die Pupille das Augeninnere.* KEPLER erkennt auch, dass die äußeren Erscheinungen beim Sehen im Auge umgekehrt auf die Netzhaut abgebildet werden. Er wies darauf hin, *dass das Bild später in den Vertiefungen des Gehirns aufgrund der Aktivität der Seele korrigiert werden würde.* Aus der Schrift ergab sich als Anwendung die Erfindung des *Kepler - Fernrohres*. Allerdings kannte KEPLER noch nicht die genaue mathematische Form des Brechungsgesetzes. Interessant ist es daher, auch die Ideen Keplers bei einem optischen Phänomen zu hören, dass seit den Zeiten von ARISTOTELES ein großes Rätsel darstellte: der **Regenbogen**, ein göttliches Symbol, das nach einem Regenschauer unerwartet erscheint. Der Mathematikhistoriker C. B. BOYER schrieb hierzu⁴

“KEPLERS Interesse am Regenbogen scheint etwa aus der Zeit seines *Mysterium Cosmographicum* (1596) zu stammen, als der Glaube an die mathematischen Harmonien des Universums eindrucksvoll bestätigt schienen. Kurz nachdem die Veröffentlichung dieses Werks Keplers erfolgreiche astronomische Karriere eingeleitet hatte, versuchte er, die Harmonien von Astronomie und Musik auf die Phänomene der Farbe auszudehnen. In Randnotizen zum *Mysterium*, die offenbar gegen Ende des 16. Jahrhunderts entstanden, wird die Farbpalette des Regenbogens mit der Unendlichkeit der Töne in der musikalischen Oktave verglichen. Gelb wird als eine Art Mittelwert betrachtet; von diesem gelangt man nach außen

⁴C.B. BOYER (1906-1976). *The Rainbow - From Myth to Mathematics*. Sagamore Press 1959

über Rot zu Schwarz, wenn der Sonneneinfluss abnimmt und die Beimischung des groben Materials in der Wolke zunimmt. Von Gelb gelangt man nach innen über Grün, Blau, Purpur und Violett zu Schwarz, und dieser Übergang hat eine ganz andere Ursache: die Brechung. Kepler fügte hinzu, er habe oft darüber nachgedacht, ob die Proportion des Brechungswinkels die Grenzen zwischen den Farben Grün, Blau usw. bestimmt. Direktes Sehen, bei dem der Brechungswinkel Null ist, führt zu gelbem Licht; und wenn der Brechungswinkel ein rechter Winkel ist, erlischt alles Licht, was der Schwärze entspricht. Aber, fügte Kepler hinzu, es sei schwer zu sagen, wie der größte Brechungswinkel in Bezug auf die Farben zu unterteilen sei. Dennoch glaubte er, dass die fünf Farben Gelb, Grün, Blau, Purpur und Violett wären, wenn der rechte Winkel in Teile unterteilt würde, die den einfachen Einheitsbrüchen $1/6$, $1/5$, $1/4$, $1/3$ und $1/2$ entsprechen. „Und siehe, beträgt die Größe des Regenbogens nicht immer etwa 45° , was dem Maß eines halben rechten Winkels entspricht?“ Kepler fügte jedoch vorsichtig hinzu: „*Aber das könnten nur Vorstellungen sein.*“

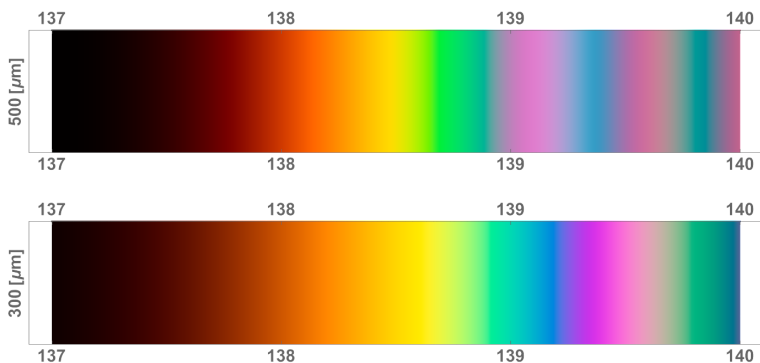


Fig. 17: Die winkelabhängige Farbfolge beim Regenbogen (hier Wassertropfen von 1,0 mm und 0,6 mm Durchmesser) setzte Kepler spekulativ mit der zeitlichen Farbfolge des Lichtes von Tychos Supernova von 1572 in Verbindung. Links (137 Grad) ist hier der äußere, rechts (140 Grad) der innere Rand des Regenbogens.

Keplers Ansichten sind zu Beginn des 17. Jahrhunderts noch stark von

den Lehren des ARISTOTELES geprägt. Vielleicht ist dies - neben dem Mangel an experimentellen Messungen an Wasserkugeln - der Grund für das fehlende korrekte Brechungsgesetz. So schreibt C.B. BOYER weiter:

“1602 veröffentlichte er in seinem klassischen Kommentar zur Optik Witelos – *Ad Vitellionem Paralipomena Quibus Astronomiae Pars Optica Traditur* – eine grobe qualitative Modifikation, die auf Brechung beruhte und einer von GROSSETESTE und anderen mittelalterlichen Aristoteles - Kommentatoren vorgeschlagenen ähnelt. Hier wiederholte Kepler erneut die Idee, dass die Farben des Regenbogens auf zwei verschiedene Ursachen zurückzuführen seien – die Abschwächung des Lichts und die Einbringung von Wasser – und behauptete kategorisch, dass der Durchmesser des Regenbogens immer 90° betrage. Dann sagte er, dass die Krümmung auf die Brechung der Lichtstrahlen durch Regen oder Wasser zwischen dem Betrachter und der Sonne zurückzuführen sei. Es sei daher nicht wahr, argumentierte er, dass der Regenbogen durch die Reflexion oder Brechung der Sonnen- oder Sichtstrahlen in dem Teil der Wolke entsteht, in dem der Bogen erscheint – und wiederholte damit eine These, dessen Für und Wider in Gelehrtenkreisen seit langem diskutiert wurde. In derselben Abhandlung zitierte Kepler naiv die Farben des Regenbogens als Beleg für seinen quasi-mittelalterlichen Glauben, dass Kometen und Novae wässrigen Ursprungs und Wesens seien. In einer Beschreibung der Farbvariationen der Nova von 1572 durch CORNELIUS GEMMA FRISIUS (1535–1577) hatte Kepler gelesen, dass der neue Stern zunächst rot war, dann leuchtend gelb, dann grün wurde und schließlich verschwand, nachdem er eine violette Farbe angenommen hatte. Doch genau dies ist die Reihenfolge der Farben im Regenbogen, die durch die Luftfeuchtigkeit bedingt ist.

Das Reflexionsgesetz war seit Aristoteles bekannt; das Brechungsgesetz jedoch, der Grundstein der Optik, war trotz der Bemühungen von PTOLEMÄUS, ALHAZEN, GROSSETESTE, WITELO, MAUROLICUS und PORTA unentdeckt geblieben. Das Gesetz war für Kepler aufgrund der astronomischen Bedeutung der atmosphärischen Brechung von besonderem

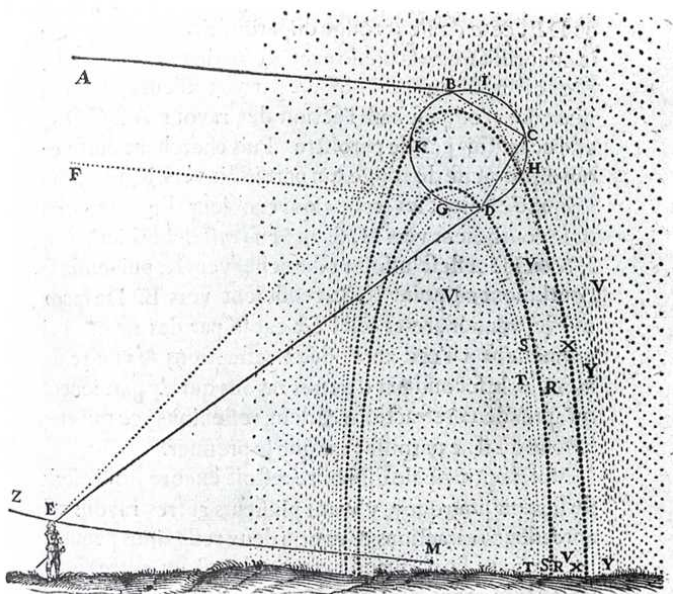


Fig. 18: Die geometrische Optik des Regenbogens nach R. DESCARTES (1596-1650), die dieser 1637 als Anhang *Les Météores* seiner philosophischen Schrift *Discours de la méthode* gegeben hat. KEPLER war 1611 schon sehr nahe an diesem richtigen Modell. Es fehlte ihm das mathematisch korrekte Brechungsgesetz.

Interesse, und daher unternahm er große und letztendlich vergebliche Anstrengungen, es zu entdecken.”

Soweit die Bemerkungen von C.B. BOYER. Erst WILLEBRORD VAN ROIJEN SNELL (1580 - 1626) und dann R. DESCARTES (1596-1650) gelang es, die Regenbogentheorie auf ein sicheres Fundament der Strahlengeometrie mit einem Reflexions - und einem Brechungsgesetz zu stellen - analog vergleichbar mit den drei Keplerschen Planetengesetzen.

Stereometria (1612)

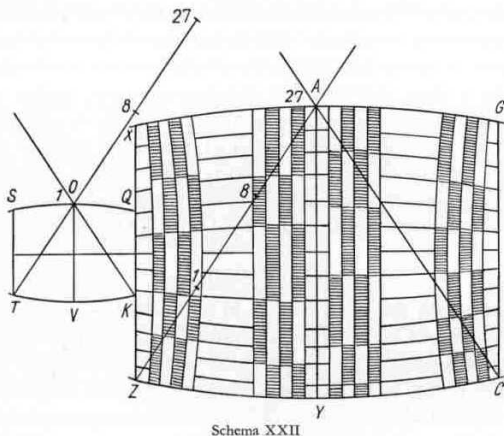
Im Jahre 1612 wunderte sich J. KEPLER über die Art, wie Weinhändler den Inhalt von Weinfässern unterschiedlicher Gestalt ausmessen:⁵ Als

De virga cubicâ eiusque certitudine

THEOREMA XXVI

In dolijs, quae sunt inter se figurae similis: proportio capacitarum est tripla ad proportionem illarum longitudinum, quae sunt ab orificio summo ad imum calcem alterutrius Orbis lignei.

Sint dolia diversae magnitudinis, specie eadem SQKT, XGCZ, quorum orificia O, A, diametri orbium ligneorum QK, ST et GC, XZ, eorumque ima T, K et Z, C longitudines OK, OT aequales, sic et AC,



Schema XXII

Fig. 19: Volumenbestimmung eines vollen Weinfasses durch eine quer durch ein Spundloch geschobene Visierrute mit kubischer Skala um das Jahr 1600 in Österreich (virga cubica). Optimal war diese Methode für gefüllte zylindrische Fässer mit der Proportion $\sqrt{2} : 1$, doch auch für leicht abweichende Fassformen war die Methode für bestimmte Fässer erstaunlich genau. Die approximative Formel für das Volumen war dann $V \sim \pi/(3\sqrt{3}) s^3 \sim 0.6 s^3$, wo s die Länge der Visierrute vom Spundloch zur linken oder rechten unteren Daubenkante bedeutet.

ich im vergangenen November eine neue Gattin in mein Haus eingeführt

⁵Klug, H.: Neue Stereometrie der Fässer, Leipzig 1908

hatte, gerade zu der Zeit, da nach einer reichen und ebenso vorzüglichen Weinernte viele Lastschiffe die Donau herauffuhren und Österreich die Fülle seiner Schätze an unser Norikum verteilte, sodaß das ganze Ufer in Linz mit Weinfässern, die zu erträglichem Preis ausboten wurden, belagert war, da verlangte es meine Pflicht als Gatte und guter Familienvater, mein Haus mit dem notwendigen Trunk zu versorgen. Ich ließ daher etliche Fässer in mein Haus schaffen und daselbst einlegen. Vier Tage hernach kam nun der Verkäufer mit einer Meßrute, die er als einziges Instrument benutzte, um ohne Unterschied alle Fässer auszumessen, ohne Rücksicht auf ihre Form zu nehmen oder irgendwelche Berechnung anzustellen.

Er steckte nämlich die Spitze des Eisenstabes in die Einfüllöffnung des vollen Fasses schief hinein bis zum unteren Rand der beiden kreisförmigen Holzdeckel, die wir in der heimischen Sprache die Böden nennen. Wenn dann beiderseits diese Länge vom obersten Punkt des Faßrunds bis zum untersten Punkt der beiden kreisförmigen Bretter gleich erschien, dann gab er nach der Marke, die an der Stelle, wo diese Länge aufhörte, in den Stab eingezeichnet war, die Zahl der Eimer an, die das Faß hielt, und stellte dieser Zahl entsprechend den Preis fest.

Mir schien es verwunderlich, ob es möglich sei, aus der durch den Körper des halben Fasses quer gezogenen Linie den Inhalt zu bestimmen, und ich zweifelte an der Zuverlässigkeit dieser Messung.

KEPLER entwickelte darauf genauere Formeln für das Volumen unterschiedlicher Rotationskörper, die noch heute unter der Bezeichnung *Keplersche Fassregeln* (*Integralformeln*) bekannt sind. KEPLER sagt:

..Nimm zwei Maßstäbe für den mittleren Umfang und einen für den Umfang an den Böden, teile die Summe durch drei und berechne damit das Zylindervolumen..

Bezeichnet man also die Spundtiefe (Durchmesser) des Fasses mit D , die identischen Boden - Deckeltiefen mit d und die Länge des Fasses mit L , so lautet die genäherte Volumenformel

$$V = \pi L \left(\frac{2D + d}{6} \right)^2 .$$

Dies ist die klassische und praxistaugliche Fassformel nach KEPLER. Nach

dem geheimen Oberbaurath und Ingenieur J.A. EYTELWEIN (1764-1848) hat sich die obige Formel in der Praxis als die beste Approximation für ein Fassvolumen erwiesen⁶

Die früher in der Schulmathematik erwähnte Formel

$$V = \pi L \left(\frac{2D^2 + d^2}{12} \right)$$

stammt eigentlich von dem Mathematiker J. SIMPSON, der sie 1743 ableitete, aber I. NEWTON zuschrieb. Sie gilt exakt für ein Fass mit elliptischem Profil - was aber der Krümmung der Dauben nicht exakt entsprechen muss. Umfangreiche Untersuchungen zum Fassvolumen stammen auch von J. LAMBERT (1728-1777)⁷

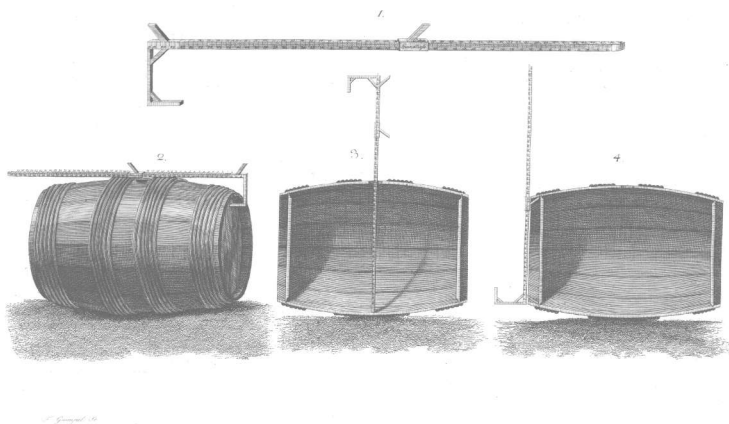


Fig. 20: Volumenbestimmung eines vollen Weinfasses in Preußen um 1800. J.A. EYTELWEIN (1765-1849): *Abhandlung über das Visieren der Fässer, mit Bezug auf den bei uns eingeführten Visierstab. Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften und Schönen Künste. Berlin Brandenburg. Seite 92-107, (1803).*

⁶EYTELWEIN: *Abhandlung über das Visieren der Fässer, mit Bezug auf den bei uns eingeführten Visierstab. Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften und schönen Künste. Berlin im November 1803*

⁷LAMBERT: *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Kapitel II: Die Visierkunst. Band I, Seite 314- 368, Berlin, 1765.*

Harmonices mundi (1619)

Nach intensivem Studium der Daten zur Umlaufbahn der Planeten Mars und Erde entdeckte KEPLER am 15. Mai 1618 das dritte der nach ihm benannten Gesetze, das er in dem im Jahr 1619 veröffentlichten Werk *Harmonices mundi libri V* (Fünf Bücher zur Harmonik der Welt) erläuterte. Danach verhalten sich die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Kuben der großen Halbachse der Planeten. In heutiger Formel

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \quad \rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{3/2}$$

KEPLER schreibt hierzu:

... Am 8. März dieses Jahres ist die Proportion in meinem Kopf aufgetaucht. Ich hatte aber keine glückliche Hand, als ich sie der Rechnung unterzog und verwarf sie als falsch. Schließlich kam sie am 15. Mai wieder und besiegte in einem neuen Anlauf die Finsternis meines Geistes, wobei sich zwischen meinen Arbeiten mit den 17jährigen Beobachtungen von Brahe und meiner gegenwärtigen Überlegung eine so treffliche Übereinstimmung ergab, dass ich zuerst glaubte, ich hätte geträumt und das Gesuchte in den Beweisunterlagen vorausgesetzt. Allein es ist ganz sicher und stimmt vollkommen, dass die Proportion, die zwischen den Umlaufzeiten irgend zweier Planeten besteht, genau das Anderthalbfache der Proportion der mittleren Abstände, d.h., der Bahn selber, ist. Nachdem ich diese Gesetzmäßigkeit gefunden habe, verfallte ich der heiligen Raserei...

Genau dies Gesetz war später für NEWTON eine wichtige Stütze, sein Bild der Gravitation abzuleiten und zu festigen (*und nicht der fallende Apfel*).

KEPLER unterteilt *Die Harmonien der Welt* in fünf lange Kapitel: Das erste handelt von regelmäßigen Polygonen und Polyhedern; das zweite von der Kongruenz von Figuren; das dritte vom Ursprung harmonischer Proportionen in der Musik; das vierte von harmonischen Konfigurationen in der Astrologie; das fünfte von der Harmonie der Planetenbewegungen.

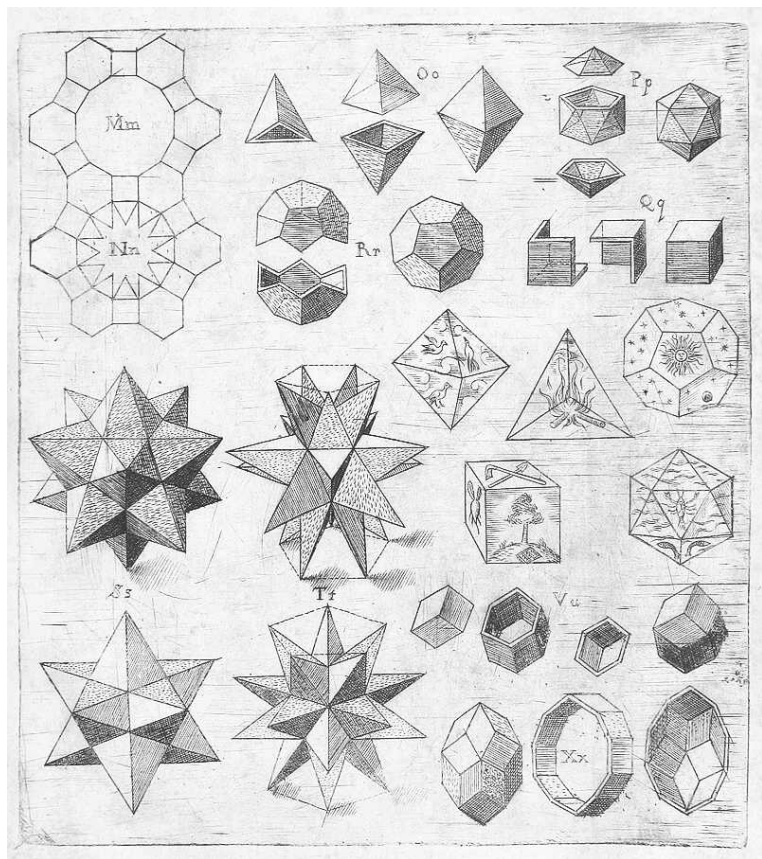


Fig. 21: Verallgemeinerte Platonischer Körper in den *Harmonices mundi*. Verschiedene Polyheder und ihre räumlichen Symmetrien und Netze nach KEPLER.

Horoskope

Grabstein

Mensus eram coelos, nunc terrae metior umbras. Mens coelestis erat, corporis umbra iacet.

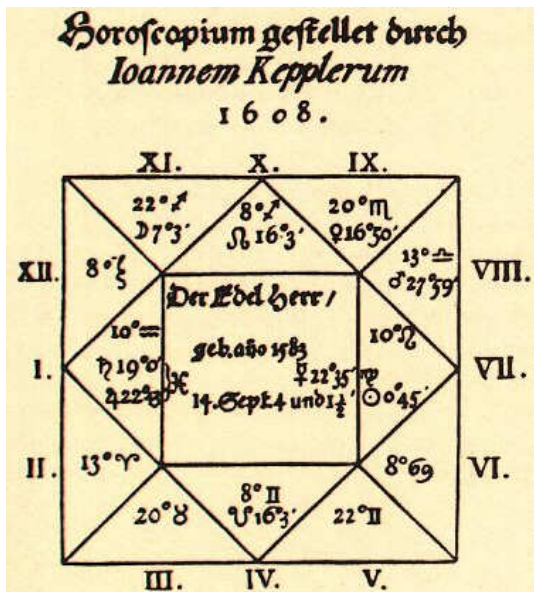


Fig. 22: Erstes Horoskop von KEPLER an WALLENSTEIN aus dem Jahre 1608.
KEPLER: Da mich die Mutter Astronomie im Stich lässt, muss mir die Dirne Astrologie aushelfen.

Die Himmel hab ich gemessen, jetzt mess ich die Schatten der Erde. Himmelwärts strebte der Geist, des Körpers Schatten ruht hier.

Grabinschrift Keplers

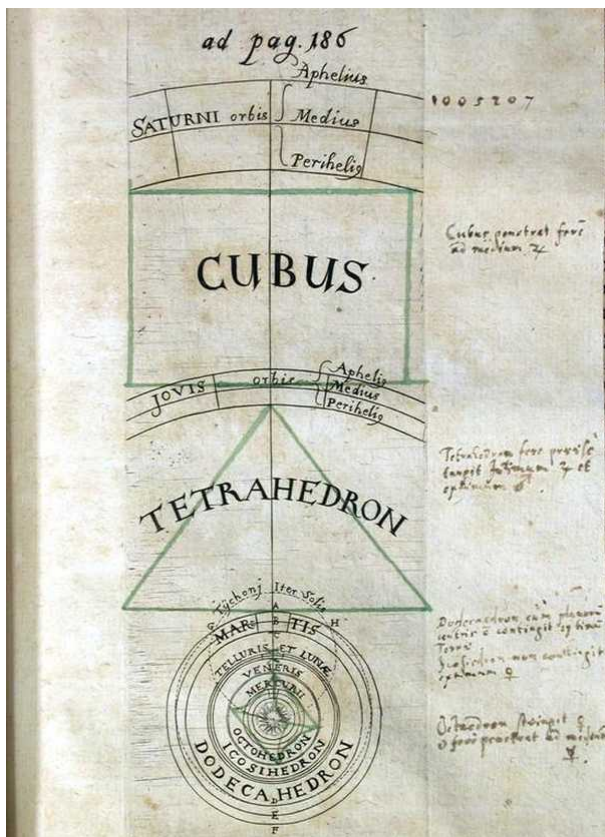


Fig. 23: Wiederum bestimmen Platonische Körper die Bahnstruktur. Doch jetzt spielt auch die Exzentrizität der Planetenbahnen und ihre jeweiligen Geschwindigkeiten zur Harmonie der Frequenzen bei. Die systematische entgegengesetzte Driftbewegung der Planeten Jupiter und Saturn aufgrund ihrer gegenseitigen gravitativen Störungen (große Ungleichheit) konnte erst von NEWTON und endgültig von LAPLACE geklärt werden.



Fig. 24: *Astronomicum Caesareum* (Astronomie der Caesars), auch übersetzt als *Die Astronomie des Kaisers*, ist ein Buch des Humanisten PETRUS APIANUS (1495-1552), das erstmals 1540 veröffentlicht wurde. Karl V. und sein Bruder Ferdinand I., Kaiser des Heiligen Römischen Reiches, gaben beide das Werk in Auftrag. Es wurde in der Druckerei des Apianus (Academia) in Ingolstadt gesetzt und benötigte zur Fertigstellung acht Jahre. Als Grundlage für die Planetenbewegung galt noch das geozentrische System des Ptolemaios. Heute sind noch 111 Exemplare dieses prachtvollen Buches bekannt. TYCHO BRAHE kaufte 1599 eine Kopie, die heute in der Forschungsbibliothek Gotha, Schloss Friedenstein, aufbewahrt wird.

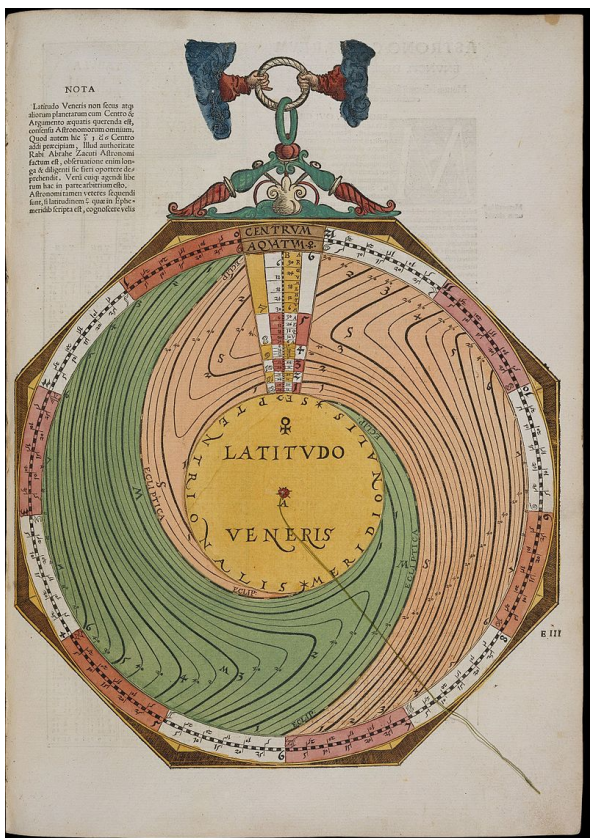


Fig. 25: Die Bewegung der Venus im *Astronomicum Caesareum* von 1540 nach dem geozentrischen Modell von Ptolemaios. 21 der 36 Holzstiche sind als **Volvelle** konzipiert, eine Vorrichtung mit drehbaren (rotierenden) Elementen. Mit einem Faden konnte die Position des Planeten Venus auf der äußeren Skala abgelesen werden. KEPLER urteilte über die Volvelle: "Wer gibt mir nun eine Tränenquelle, dass ich den kläglichen Fleiß des Apianus beweine, der in seinem *Opus Caesareum* im Vertrauen auf Ptolemäus so viele gute Stunden aufwandte und so viele höchst geistreiche Überlegungen damit verschwendete, durch Spiralen, Schleifen, Schneckenlinien, Wirbel und ein ganzes Labyrinth von höchst verwickelten Windungen darzustellen, was doch nur Menschen geschaffen haben und was die Natur in keiner Weise als ihr eigenes Bild gelten lässt."

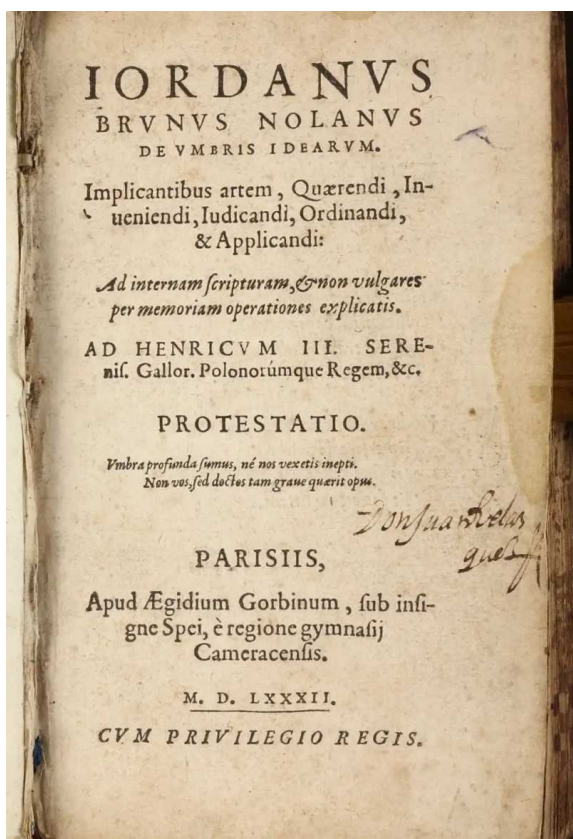


Fig. 26: *De umbris idearum* ist ein Werk des italienischen Philosophen, Dichters und Kosmologen GIORDANO BRUNO (1548–1600), das 1582 in Paris veröffentlicht wurde. Der Titel bedeutet “Über die Schatten der Ideen”. BRUNO geht davon aus, dass unsere Sinne uns nicht das wahre Wesen der Dinge vermitteln können. Wir sehen nicht die wahre Substanz oder die Idee eines Gegenstandes, sondern lediglich seine Spur, sein Abbild oder seinen Schatten. Die Rückkehr zur kosmischen Wahrheit erfolgt über die ordnende und systematisierende Arbeit des menschlichen Geistes mit diesen Schatten. Aus der Annahme von GIORDANO BRUNO, das Universum sei unendlich und habe unendlich viele Sonnen, folgte für KEPLER das Paradoxon, das später nach W. OLBERS benannt wurde.

DISCOURS
DE LA METHODE

Pour bien conduire sa raison, & chercher
la verité dans les sciences.

Plus
LA DIOPTRIQUE.
LES METEORES.

ET
LA GEOMETRIE.
Qui sont des essais de cete METHODE.



A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
C D C XXXVII.
Avec Privilège.

Fig. 27: Der *Discours de la méthode*, mit vollem Titel *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la verité dans les sciences* („Abhandlung über die Methode, seine Vernunft gut zu gebrauchen und die Wahrheit in den Wissenschaften zu suchen“) ist ein Hauptwerk von R. DESCARTES.

Prop. X. Prob. V.

Gyretur corpus in Ellipsi: requiritur lex vis centripetæ tendentis ad centrum Ellipseos.

Sunto CA, CB femiaxes Ellipseos; GP, DK diametri conjugatæ; PF, Qt perpendicularia ad diametros; Qv ordinatim applicata ad diametrum GP ; & si compleatur parallelogrammum $QvRP$, erit (ex Conicis) PvG ad Qv quad. ut PC quad. ad CD quad. & (ob similia triangula Qvt, PCF) Qv quad. est ad Qt quad. ut PC quad. ad PF quad. & conjunctis rationibus, PvG ad Qt quad. ut PC quad. ad CD quad. & PC quad. ad PF quad. id est vG ad $\frac{Qt \text{ quad.}}{Pv}$ ut PC quad. ad $\frac{CD \text{ quad.} \times PF \text{ quad.}}{PC \text{ quad.}}$. Scribe QR pro Pv , & (per Lemma xii.) $BC \times CA$ pro $CD \times PF$, nec non (punctis P & Q coeuntibus) $2PC$ pro vG , & ductis extremis & medijs in se mutuo, fiet $\frac{Qt \text{ quad.} \times PC \text{ quad.}}{QR}$ æquale $\frac{2BC \text{ quad.} \times CA \text{ quad.}}{PC}$ Est ergo (per Corol. Theor. V.) vis centripeta reciproce ut $\frac{2BC \text{ quad.} \times CA \text{ quad.}}{PC}$, id est

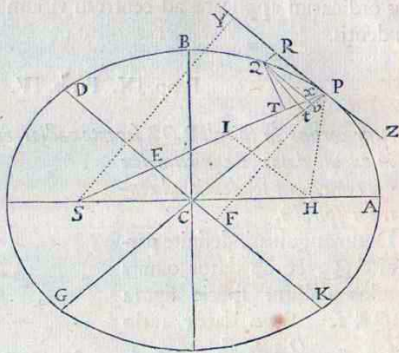


Fig. 28: In seinem Werk *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* bewies I. NEWTON im Jahre 1687 rein geometrisch, dass unter der Annahme eines Kraftgesetzes umgekehrt proportional zum Abstand zur Sonne die drei Keplerschen Gesetze vollständig erklärt werden können.

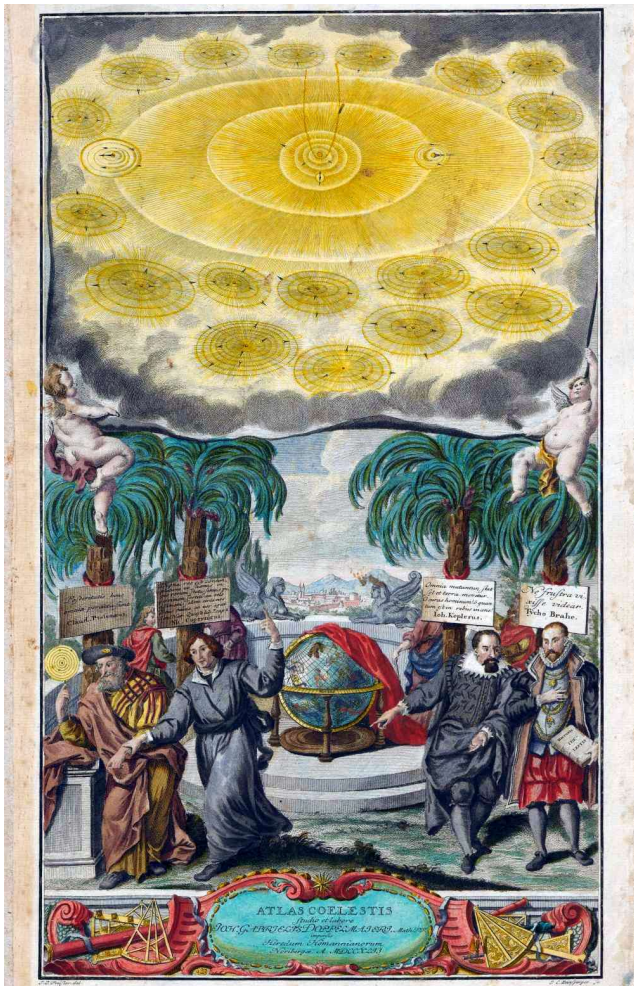


Fig. 29: Coloriertes Titelkupfer von J.G. DOPPELMAYERS Atlas Coelestis, Nürnberg 1742. Ptolemaios und Copernicus links, Kepler und Brahe rechts. JOHANN GABRIEL DOPPELMAYR (1677 - 1750) war eigentlich Mathematiker. 1742 erschien sein Himmelsatlas, in dem auf 30 prächtigen doppelseitigen Tafeln das astronomische Wissen seiner Zeit zusammengefasst wurde. DOPPELMAYR arbeitete mit dem Kartographen JOHANN BAPTIST HOMANN (1664-1724) zusammen, einem ehemaligen Dominikanermönch, der sich in Nürnberg einen einflussreichen kartografischen Verlag aufbaute, den dessen Erben noch bis ins 19. Jahrhundert betrieben.



Fig. 31: EMILE DE CHATELET als Mittlerin zwischen NEWTON und VOLTAIRE. Frontipiz des Buches von VOLTAIRE: *Elémens de la philosophie de Newton, mis à la portée de tout le monde* (Amsterdam 1738). Übersetzung der "Principia" aus dem Englischen ins Französische.

Bernhard von Fontenelle
Dialogen
über die
Mehrheit der Welten.



Mit Anmerkungen und Kupfertafeln
von
Johann Elert Bode,
Astronom der Königl. Akademie der Wissenschaften
zu Berlin.

Berlin 1780.
Bey Christian Friedrich Hmburg.

Fig. 32: BERNHARD VON FONTENELLE (1657-1757) : *Dialogen über die Mehrheit der Welten. Mit Anmerkungen und Kupfertafeln von Johann Elert Bode, Astronom der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1780.*

Literaturverzeichnis

- [1] https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler
- [2] Bialas, Volker: *Johannes Kepler*. Beck, München 2004 (= Beck'sche Reihe Denker. Band 566).
- [3] Duerbeck, H.W. : Verzeichnis alter Bücher (Bonn 1976).
- [4] Caspar, M. : *Johannes Keplers wissenschaftliche und philosophische Stellung*. In: Corona. Band 5. 1934/1935, S. 293–325.
- [5] Caspar, M. & F. Hammer : *Johannes Kepler, Gesammelte Werke*. 1-26 Bde. Einige Bände speziell von M. CASPAR (1880-1956) Bd. 1: *Mysterium Cosmographicum*, De Stella Nova, 1938, Bd. 3: *Astronomia Nova*, 1937; Bd. 4: *Kleinere Schriften 1602/1611*, Dioptrice, 1941 (zusammen mit Hammer); Bd. 6: *Harmonice Mundi*, 1940; Bd. 7: *Epitome Astronomiae Copernicanae*, 1953. C.H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung München, 1937–2017.
- [6] Caspar, M. & Walther von Dyck: *Johannes Kepler in seinen Briefen*. 2 Bde. Oldenbourg, München/Berlin 1930.
- [7] Caspar, M. , Ludwig Rothenfelder, Martha List und Jürgen Hamel: *Bibliographia Kepleriana*. C.H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung München, Bd. 1 2. A. 1968, Bd. 2 1998.
- [8] Caspar, M.: *Johannes Kepler*. Kepler-Gesellschaft, Weil der Stadt, 5. A. 2019.
- [9] Krafft, Fritz: *400 Jahre moderne Astronomie – Johannes Kepler, der Beginn des Umbruchs*. Eröffnungsvortrag des Studium Generale WS 2009/2010 an der Friedrich Schiller Universität Jena 2009
- [10] Pauli, Wolfgang: *Der Einfluss archetypischer Vorstellungen auf die Bildung naturwissenschaftlicher Theorien bei Kepler*. Jahresbericht 1947/48 des Psychologischen Clubs Zürich (S.37-44) (1948)

- [11] Posch, Thomas: *Johannes Kepler: Die Entdeckung der Weltharmonie*. Verlag THEISS. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, (2017)

Alfonso I von Kastilien (Toledo 1223 - Sevilla 1284) Alfonsi Hispaniorum Regis tabulae Venedig 1524 Alfons war Initiator und Herausgeber der 1258 - 1277 entstandenen "Libros del saber de astronomia", in denen Tafeln der Planetenbewegung enthalten sind. Georg Purbach (Feuerbach 1423 - Wien 1461) Luminarium et motus planetarum tabulae LXXXV... Basel 1553 Das Werk enthält Tafeln der Planetenbewegung und Finsternistafeln. Feuerbach und sein Schüler Regiomontanus bemühten sich um die Wiederentdeckung der Kenntnisse der griechischen Astronomie und um die Entwicklung einer neuen Planetentheorie. Johannes Stöffler (Justingen 1452 - Blaubeuren 1531) Tabulae astronomicae Tübingen 1514 Sonnen-, Mond- und Finsternistafeln aus der vorkeplerianischen Zeit.